

## **БЛОЧНЫЙ СИНТЕЗ СИСТЕМЫ СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ ПЕРЕВЕРнуТОГО МАЯТНИКА ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ПЕРЕМЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ И УПРАВЛЕНИЕ**

**Антипов А. С.<sup>1</sup>**

*(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)*

*Объектом управления выступает перевернутый математический маятник, математическая модель которого включает механическую подсистему и электрическую – редуцированную динамику двигателя постоянного тока. Рассматривается задача отслеживания угловым положением перевернутого маятника целевого сигнала с заданной точностью при наличии ограничений на переменные состояния и управление. Задача ставится в условиях действия на объект внешних негладких и несогласованных возмущений, а также при наличии параметрической неопределенности в модели объекта управления. При этом полагается отсутствие генератора целевого сигнала и внешних возмущений, а также идентификатора параметров. В описанной постановке решение задачи нетривиально, а задача особо актуальна, когда объект функционирует в достаточно жестких условиях и неприменимы известные подходы, такие как комбинированное управление с идентификацией параметров. Для решения задачи используется блочный подход: часть переменных состояния в механической подсистеме трактуется фиктивными управлениями, которые должны отслеживать желаемые функции. Для выполнения ограничений на переменные состояния и управление вместо классических неограниченных линейных функций в качестве желаемых фиктивных управлений предлагается использовать гладкие и ограниченные сигма-функции. Сформированные в механической подсистеме локальные связи обеспечиваются за счет истинного разрывного управления в электрической подсистеме. Представлены результаты моделирования разработанного подхода в среде MATLAB-Simulink, которые подтвердили его эффективность.*

Ключевые слова: слежение, блочный подход, сигма-функция, внешние возмущения, параметрическая неопределенность, ограничения на переменные состояния.

---

<sup>1</sup> Алексей Семенович Антипов (scholess18@mail.ru).

## **1. Введение**

В работе рассматривается задача отслеживания выходной переменной нелинейной системы целевого сигнала при действии внешних несогласованных и параметрических возмущений и при наличии ограничений на переменные состояния и управление. Объектом управления выступает перевернутый математический маятник с установленным двигателем постоянно-го тока, модель которого описана в разделе 2.

Задача слежения в условиях внешних несогласованных и параметрических возмущений считается сложной и по-прежнему остается актуальной задачей теории автоматического управления. При наличии оценок внешних возмущений они могут быть скомпенсированы с помощью комбинированного управления. Традиционно данные оценки получали за счет расширения пространства состояния и ввода динамической модели внешних возмущений [2, 11]. Однако данный подход может приводить к существенным ошибками, если параметры и возмущения значительно изменяются в процессе функционирования, а модель не отражает данные изменения адекватно. С другой стороны, учет всевозможных изменений приводит к усложнению математической модели и возрастанию времени вычислений, что может быть недопустимо.

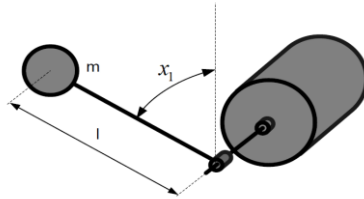
Другой подход основан на подавлении внешних возмущений силовыми методами – использовании разрывных управлений с организацией скользящих режимов [9, 10] и линейных управлений с большими коэффициентами усиления [6]. Стоит отметить, что разрывные управления недопустимо использовать в механических системах, где предъявляются требования к гладкости сигналов. А линейные управления с большими коэффициентами приводят к известной проблеме появления всплесков в начале переходного процесса (перерегулирования) и поэтому неприменимы на практике при наличии ограничений на переменные состояния и управления. Для учета данных ограничений используют метод инвариантных эллипсоидов [5], методы оптимального управления [3, 4], идеологию скользящих режимов [7]. Основные подходы основаны на численных

процедурах применительно к определенному классу упрощенных математических моделей объектов управления.

В данной работе задача слежения решается в предположении известного диапазона изменения параметров системы и внешних возмущений без ввода их динамической модели и идентификатора параметров. Для решения используется блочный подход с локальными связями в виде сигма-функций [1, 8], которые, как гладкий аналог функции знака, позволяют обеспечить инвариантность к возмущениям, а также учесть заданные ограничения на переменные состояния в силу своей ограниченности. Работа организована следующим образом. В разделе 2 формализована математическая модель перевернутого маятника и постановка задачи слежения. В разделе 3 представлен основной результат – процедура блочного синтеза системы слежения с сигмоидальными локальными связями, учитывающая заданные ограничения на переменные состояния и управление. В разделе 4 приведены результаты численного моделирования в среде MATLAB-Simulink.

## **2. Постановка задачи**

На рис. 1 приведена схема перевернутого маятника.



*Рис. 1. Схема перевернутого маятника*

Математическая модель с учетом редуцированной динамики двигателя постоянного тока (ДПТ) имеет вид

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \quad \dot{x}_2 = a_{21} \sin x_1 - a_{22}x_2 + b_2x_3 + \eta(t), \\ \dot{x}_3 &= -a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + b_3u, \end{aligned}$$

где  $a_{ij}, b_i$  – положительные конструктивные коэффициенты:

$$(2) \quad a_{21} = \tilde{g} / l, a_{22} = \kappa / l, b_2 = k_a / (\tilde{m}l^2), \\ a_{32} = c / L, a_{33} = R / L, b_3 = 1 / L,$$

$x_1(t)$  – угловое положение маятника,  $[-\pi; \pi]$  [рад];  $x_2(t)$  – угловая скорость маятника, [рад/с];  $x_3(t)$  – ток якоря ДПТ, [А];  $\eta(t)$  – неконтролируемое возмущение, [Н·м];  $\tilde{g} = 9,81$  – ускорение свободного падения, [м/с<sup>2</sup>];  $\tilde{m}$  – масса маятника, [кг];  $l$  – длина маятника, [м];  $\kappa$  – коэффициент вязкого трения; [Н·с/м<sup>2</sup>];  $c$  – коэффициент против-ЭДС ДПТ, [В·с/рад];  $R$  – сопротивление якоря ДПТ, [Ом];  $L$  – индуктивность якоря ДПТ, [Гн];  $k_a$  – коэффициент пропорциональности, [Н·м/А].

Для объекта (1) ставится задача синтеза обратной связи  $u$  (напряжение питания якорной цепи ДПТ, [В]), обеспечивающей отслеживание выходной переменной  $x_1$  целевого сигнала  $g$ :

$$(3) \quad |e_1(t)| \leq \Delta_1, \quad t \geq t_1, \quad e_1(t) = x_1(t) - g(t),$$

где  $e_1$  – ошибка слежения;  $\Delta_1$  – заданная точность;  $t_1$  – время регулирования, задача достижения его заданного значения в данной работе не рассматривается. При этом требуется выполнить заданные ограничения на переменные состояния и управление:

$$(4) \quad |x_2(t)| \leq X_2, \quad |x_3(t)| \leq X_3, \quad |u(t)| \leq U.$$

Следует отметить, что при наличии ограничений (4) точность  $\Delta_1$  не может быть задана произвольно. В разделе 3 будет получена оценка предельной достижимой точности с учетом имеющихся ограничений (4).

В рамках поставленной задачи выдвигаются следующие предположения:

1) конструктивные коэффициенты (2) неизвестны и могут изменяться в известных диапазонах:

$$(5) \quad a_{ij, \min} \leq a_{ij} \leq a_{ij, \max}, \quad b_{i, \min} \leq b_i \leq b_{i, \max};$$

2) отсутствует генератор целевого сигнала и внешних возмущений. Аналитический вид данных сигналов неизвестен, они могут быть кусочно-гладкими и являются ограниченными:

$$(6) \quad |g(t)| \leq G, \quad |\dot{g}(t)| \leq G_1, \quad |\eta(t)| \leq N, \quad |\dot{\eta}(t)| \leq N_1, \quad t \geq 0;$$

3) измеряются переменные состояния  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , и целевой сигнал  $g(t)$ , шумы измерений отсутствуют.

### 3. Процедура блочного синтеза следящей системы с сигмоидальными локальными связями

Для решения задачи (3), (4) используем блочный подход [1, 8]. Система (1) представляет собой треугольную форму «вход – выход», в которой переменные  $x_2$  и  $x_3$  тракуются фиктивными управлениями. Чтобы выполнить заданные ограничения (4) вместо классических неограниченных линейных функций, желаемые фиктивные управления принимаются в виде ограниченных сигма-функций. Тогда для системы (1) введем замену переменных – ошибку слежения и невязку между переменными  $x_2$ ,  $x_3$  и желаемыми фиктивными управлениями:

$$(7) \quad \begin{aligned} e_1 &= x_1 - g, \\ e_2 &= x_2 - x_2^* = x_2 + m_1 \sigma(k_1 e_1), \quad e_3 = x_3 - x_3^* = x_3 + m_2 \sigma(k_2 e_2), \end{aligned}$$

где желаемые фиктивные управления имеют вид

$$(8) \quad x_2^* = -m_1 \sigma(k_1 e_1), \quad x_3^* = -m_2 \sigma(k_2 e_2).$$

Здесь  $\sigma(k_i e_i) = 2/(1 + \exp(-k_i e_i)) - 1$  – сигма-функция;  $m_i = \text{const} > 0$  – амплитуды, отвечающие за темпы сходимости;  $k_i = \text{const} > 0$  – большие коэффициенты, определяющие точность стабилизации,  $i = 1, 2$ . Производная сигма-функции выражается через саму сигма-функцию  $\sigma'(k_i e_i) = k_i(1 - \sigma^2(k_i e_i))/2$ , их графики приведены на рис. 2.

Из рис. 2 следует, что сигма-функция  $\sigma(k_i e_i)$  может быть условно разделена на следующие части: при  $|e_i| \leq 2,2/k_i$  она близка к линейной функции, при  $|e_i| > 2,2/k_i$  – близка к постоянной. Для нее и производной справедливы следующие оценки:

$$(9) \quad \begin{aligned} 0,8 < |\sigma(k_i e_i)| < 1, \quad 0 < \sigma'(k_i e_i) < 0,18k_i, \quad |e_i| > 2,2/k_i; \\ 0,36k_i |e_i| \leq |\sigma(k_i e_i)| \leq 0,8, \\ 0,18k_i \leq \sigma'(k_i e_i) \leq \sigma'(0) = k_i/2, \quad |e_i| \leq 2,2/k_i, \end{aligned}$$

которые далее будем использовать для доказательства сходимости замкнутой системы.

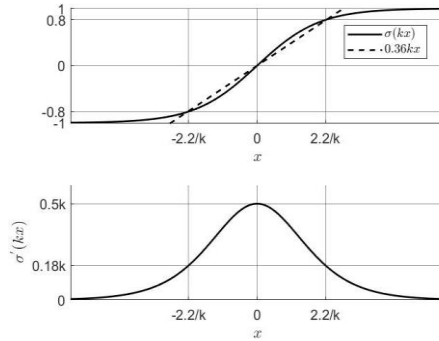


Рис. 2. Графики  $y = \sigma(kx)$  и  $y = \sigma'(kx)$

Для обеспечения сформированных локальных связей (8) истинное управление примем разрывным:

$$(10) \quad u = -m_3 \text{sign}(e_3),$$

где  $m_3 = \text{const} > 0$ .

В результате приходим к замкнутой системе (1), (7), (10):

$$\dot{e}_1 = -m_1 \sigma(k_1 e_1) - \dot{g} + e_2;$$

$$(11) \quad \dot{e}_2 = -b_2 m_2 \sigma(k_2 e_2) + f_2 + \Lambda_1 + b_2 e_3;$$

$$\dot{e}_3 = -b_3 m_3 \text{sign}(e_3) + f_3 + \Lambda_2,$$

где для функций  $f_2 = a_{21} \sin x_1 - a_{22} x_2 + \eta(t)$ ,  $f_3 = -a_{32} x_2 - a_{33} x_3$  составим оценки в силу (4), (5), (6):

$$|f_2| \leq F_2 = a_{21, \max} + a_{22, \max} X_2 + N, \quad |f_3| \leq F_3 = a_{32, \max} X_2 + a_{33, \max} X_3.$$

Слагаемые  $\Lambda_i = m_i k_i (1 - \sigma^2(k_i e_i)) \dot{e}_i / 2$ ,  $i = 1, 2$ , являются производными желаемых фиктивных управлений (8). Для них справедливы ограничения:

$$|\Lambda_i| \leq 0,5 m_i k_i \bar{E}_i, \quad i = 1, 2,$$

$$\text{где } |\dot{e}_1| \leq \bar{E}_1 = X_2 + G_1, \quad |\dot{e}_2| \leq \bar{E}_2 = F_2 + b_{2, \max} X_3 + 0,5 m_1 k_1 \bar{E}_1.$$

Для доказательства сходимости замкнутой системы предварительно зафиксируем параметрическую связь в силу (9):

$$|e_i| \leq 2,2 / k_i = \Delta_i \Rightarrow k_i \geq 2,2 / \Delta_i, \quad i = 1, 2.$$

Согласно блочному подходу, выбором амплитуды разрывного управления  $m_3$  требуется обеспечить возникновение скольз-

щего режима на плоскости  $e_3 = 0$ , а выбором амплитуд фиктивных управлений  $m_2, m_1$  – последовательное попадание невязок в некоторые окрестности нуля:

$$(12) e_3(t) = 0, t > t_3, |e_2(t)| \leq \Delta_2, t > t_2 > t_3, |e_1(t)| \leq \Delta_1, t > t_1 > t_2,$$

что гарантирует сходимость замкнутой системы (11) и как следствие – попадание ошибки слежения в заданную окрестность (3). Для искомого выбора параметров обратных связей используем второй метод Ляпунова. Рассмотрим следующую функцию в качестве кандидата на функцию Ляпунова для (11):

$$V = V_1 + V_2 + V_3, V_i = \frac{1}{2} e_i^2, i = 1, 2, 3.$$

Тогда следующие условия на выбор амплитуд

$$(13) \begin{aligned} b_{3,\min} m_3 > F_3 + 0,5 m_2 k_2 \bar{E}_2, \quad 0,8 b_{2,\min} m_2 > F_2 + 0,5 m_1 k_1 \bar{E}_1, \\ 0,8 m_1 > G_1 + 2,2 / k_2 \end{aligned}$$

обеспечивают выполнение достаточных условий  $\dot{V}_i = e_i \dot{e}_i < 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ , вне окрестностей  $|e_i(t)| \leq \Delta_i$ ,  $i = 1, 2$ , и последовательную сходимость невязок в области (12). Для учета ограничений (4) необходимо ограничить амплитуды сверху, что совместно с (13) приводит к следующим условиям на выбор амплитуд:

$$(14) \begin{aligned} c_1 + m_2 k_2 (c_2 + c_3 m_1 k_1) < m_3 \leq U, \quad c_4 + c_5 m_1 k_1 < m_2 \leq X_3, \\ 1,25(G_1 + 2,2 / k_2) < m_1 \leq X_2 - 2,2 / k_2, \end{aligned}$$

где  $c_1 = F_3 / b_{3,\min}$ ,  $c_2 = 0,5(F_2 + b_{2,\max} X_3) / b_{3,\min}$ ,

$$c_3 = 0,25 \bar{E}_1 / b_{3,\min}, \quad c_4 = 1,25 F_2 / b_{2,\min}, \quad c_5 = 0,625 \bar{E}_1 / b_{2,\min}.$$

Возможность решения задачи (3), (4) зависит от существования непустых диапазонов в (14). Для организации непустых диапазонов необходимо выполнение определенных соотношений между границами в ограничениях (4) и параметрами системы, которые должны быть обеспечены априори:

$$(15) c_1 < U, \quad c_4 < X_3, \quad 1,25 G_1 + 4,95 c_2 X_3 / (U - c_1) < X_2.$$

При условии выполнения (15), из (14) формализуем процедуру выбора параметров, обеспечивающих решение задачи (3), (4):

1) фиксируется значение  $m_3^*$  и производится последовательный выбор амплитуд  $m_2^*$  и  $m_1^*$  согласно условиям

$$m_3 = U,$$

$$(16) \quad c_4 < m_2 \leq X_3, \quad 1,25 \cdot \left( G_1 + \frac{2,2c_2 X_3}{U - c_1} \right) < m_1 < X_2 - \frac{2,2c_2 X_3}{U - c_1}.$$

2) выбирается большой коэффициент  $k_2^*$ :

$$(17) \quad \frac{2,2}{0,8m_1 - G_1} < k_2 < \frac{U - c_1}{c_2 m_2}, \quad \frac{2,2}{X_2 - m_1} \leq k_2 < \frac{U - c_1}{c_2 m_2},$$

который обеспечивает точность стабилизации невязки  $|e_2(t)| \leq 2,2/k_2^* \leq \Delta_2^*, \quad t > t_2$ .

3) выбирается большой коэффициент  $k_1^*$  из условия

$$(18) \quad 0 < k_1 < \bar{k}_1 = \min \left\{ \frac{m_2^* - c_4}{c_5 m_1^*}, \frac{U - c_1 - c_2 m_2^* k_2^*}{c_3 m_1^* m_2^* k_2^*} \right\}.$$

Здесь верхняя граница определяет предельную точность стабилизации ошибки слежения  $|e_1(t)| \leq \Delta_1, \quad t > t_1$ :  $0 < \Delta_1 < 2,2/\bar{k}_1$ . Заданная точность может быть достигнута выбором  $k_1^* = 2,2/\Delta_1^*$ , если  $\Delta_1^* \leq 2,2/\bar{k}_1$ . В противном случае может быть достигнута только предельная точность.

Следует отметить, что описанная процедура гарантирует выполнение ограничений  $|u(t)| \leq U, |x_3(t)| \leq X_3$ . Однако ограничение  $|x_2(t)| \leq X_2$  может быть нарушено, поскольку для невязки  $e_2$  в общем случае возможно перерегулирование (для его уменьшения рекомендуется, по возможности, принимать меньшие значения амплитуд  $m_1$  и  $m_2$ ). Но, как будет показано в разделе 4, по сравнению с линейными фиктивными управлениями величина перерегулирования будет заведомо меньше.

#### 4. Результаты моделирования

Рассмотрим пример синтеза следящей системы в рамках описанного подхода. В таблице 1 представлены рассматриваемые диапазоны изменения внешних воздействий, параметров объекта, а также конкретные функции и значения, принятые при моделировании.



Таблица 1 Параметры объекта управления, принятые при моделировании

	Диапазон изменения	Вид или значение		Диапазон изменения	Вид или значение
$\eta(t)$	$[-0,5; 0,5]$	$0,5 \sin t $	$c$	$[0,27; 0,33]$	0,31
$g(t)$	$[-0,5; 0,5]$ $ \dot{g}(t)  \leq 0,5$	$0,5 \cos t $	$R$	$[4,15; 4,2]$	4,16
$\tilde{m}$	$[0,18; 0,25]$	0,2	$L$	$[0,012; 0,013]$	0,013
$l$	$[0,2; 0,3]$	0,28	$k_a$	$[1,68; 1,75]$	1,69
$\kappa$	$[2; 4]$	2,5			

По данным таблицы 1 были рассчитаны допустимые диапазоны изменения коэффициентов:  $a_{21} \in [32,70; 49,05]$ ,  $a_{22} \in [6,67; 20]$ ,  $b_2 \in [74,67; 243,06]$ ,  $a_{32} \in [20,76; 27,5]$ ,  $a_{33} \in [319,23; 350]$ ,  $b_3 \in [76,92; 83,34]$ .

Были заданы следующие ограничения на переменные состояния и управление:

$$(19) |x_2(t)| \leq X_2 = 2 \text{ [рад/с]}, |x_3(t)| \leq X_3 = 4 \text{ [A]}, |u(t)| \leq U = 90 \text{ [B]}.$$

Основываясь на неравенствах (16)–(18) и заданной точности регулирования  $\Delta_1 = 0,1$  [рад] приняты значения параметров обратных связей:  $m_1 = 1,06$ ,  $k_1 = 22$ ,  $m_2 = 1,76$ ,  $k_2 = 6,77$ ,  $m_3 = 90$ .

Для сравнения также было проведено моделирование замкнутой системы с линейными фиктивными управлениями:

$$(20) e_1 = x_1 - g, e_2 = x_2 + h_1 e_1, e_3 = x_3 + h_2 e_2, u = -m_3 \text{sign}(e_3),$$

где значения  $h_1 = 10,78$ ,  $h_2 = 4$ ,  $m_3 = 90$  были приняты так, чтобы обеспечить идентичную точность, что и для закона управления с сигмоидальными фиктивными управлениями.

Моделирование проводилось в среде MATLAB-Simulink, для численного интегрирования использовался метод Эйлера с постоянным шагом  $10^{-5}$ . Начальные условия удовлетворяли (19) и были следующими:  $x_1(0) = \pi/3$  [рад],  $x_2(0) = 0,64$  [рад/с],  $x_3(0) = 0,5$  [A].

Для законов управления с сигмоидальными и линейными фиктивными управлениями на рис. 3–5 в нижней части приведены графики переменных состояния  $x_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , (сплошные линии), целевого сигнала  $g(t)$  и желаемых фиктивных управле-

ний  $x_i^*(t)$ ,  $i = 2, 3$ , (пунктирные линии). В верхней части приведены графики ошибки слежения  $e_1(t) = x_1(t) - g(t)$  и графики невязок  $e_i(t) = x_i(t) - x_i^*(t)$ ,  $i = 2, 3$ .

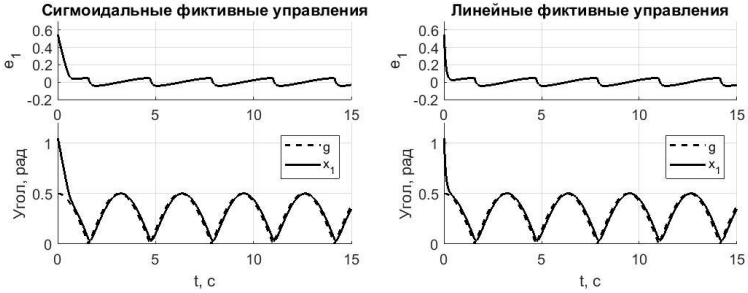


Рис. 3. Графики  $x_1(t)$ ,  $g(t)$ ,  $e_1(t) = x_1(t) - g(t)$

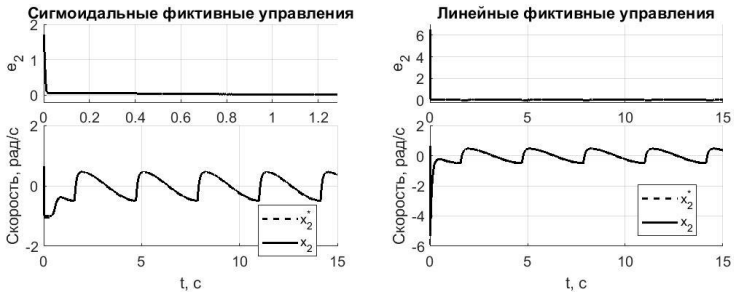


Рис. 4. Графики  $x_2(t)$ ,  $x_2^*(t)$ ,  $e_2(t) = x_2(t) - x_2^*(t)$

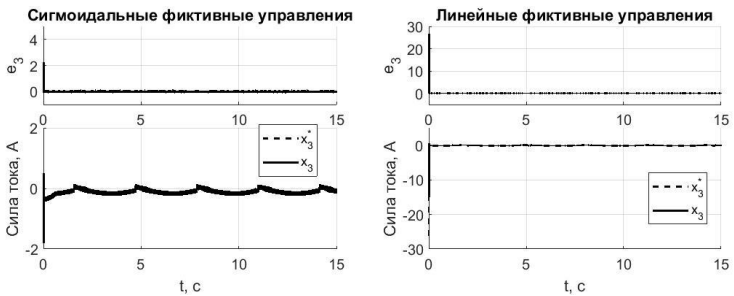


Рис. 5. Графики  $x_3(t)$ ,  $x_3^*(t)$ ,  $e_3(t) = x_3(t) - x_3^*(t)$

Достигнутая точность в установленном режиме составила 0,05 [рад] для обоих законов управления и не превысила требуемую 0,1 [рад]. Для закона с линейными фиктивными управлениями время регулирования оказалось в 3 раза меньше по сравнению с законом с сигмоидальными фиктивными управлениями (0,17 и 0,54 [с] соответственно). Однако неограниченные линейные функции привели к большей величине перерегулирования переменных состояния (до 8 раз) и невыполнению заданных ограничений (19).

## **5. Заключение**

В работе разработана процедура блочного синтеза системы слежения для перевернутого маятника. Показано, что сигма-функции в локальных связях обеспечивают инвариантность по отношению к неопределенностям и несогласованным негладким возмущениям с заданной точностью. При этом в рамках предложенного подхода имеется возможность выполнить заданные ограничения на переменные состояния и управление аналитическими методами.

## **Литература**

1. АНТИПОВ А.С., КРАСНОВА С.А. *Блочный синтез системы слежения для двухроторной электромеханической системы при ограничениях на переменные состояния* // Прикладная математика и механика. – 2021. – Т. 85, №1. – С. 3–20.
2. ВОРОНОВ К.В., НИКИФОРОВ В.О. *Динамический регулятор выходной переменной с компенсацией постоянных возмущений* // Автоматика и телемеханика. – 2003. – №2. – С. 11–21.
3. КАРАМЗИН Д.Ю. *Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального управления с фазовыми ограничениями при ослабленных предположениях управляемости* // Вопросы теории безопасности и устойчивости систем. – 2018. – №20. – С. 46–61.

4. КРАСНОЩЕЧЕНКО В.И. *Симплекс-метод решения задачи быстрогодействия при наличии ограничения на скалярное управление и фазовых ограничений* // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2014. – № 6 (30). – С. 1–10.
5. НАЗИН С.А., ПОЛЯК Б.Т., ТОПУНОВ М.В. *Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов* // Автоматика и телемеханика. – 2007. – №3. – С. 106–125.
6. AGUIRRE B., ALVAREZ-RAMIREZ J., FERNANDEZ G., SUAREZ R. *First harmonic analysis of linear control systems with high-gain saturating feedback* // Proc. of the 36<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control. – 1997. – Vol. 2. – P. 1170–1171.
7. INCREMONA G.P., RUBAGOTTI M., FERRARA A. *Sliding mode control of constrained nonlinear systems* // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2016. – Vol. 62. – P. 2965–2972.
8. KOCHETKOV S.A., KRASNOVA S.A., ANTIPOV A.S. *Cascade Synthesis of Electromechanical Tracking Systems with Respect to Restrictions on State Variables* // IFAC-PapersOnLine. – 2017. – Vol. 50, No. 1. – P. 1042–1047.
9. SLOTINE J.-J.E. *Sliding controller design for non-linear systems* // International Journal of Control. – 1984. – Vol. 40, No. 2. – P. 421–344.
10. UTKIN V.I. *Sliding modes in control and optimization*. – Berlin: Springer Verlag, 1992. – 286 p.
11. WONHAM W.M. *Linear Multivariable Control. A Geometric Approach*. – Springer-Verlag New York, 1985. – 334 p.

## **BLOCK SYNTHESIS OF TRACKING SYSTEM FOR INVERTED PENDULUM WITH THE PRESENCE OF STATE VARIABLES AND CONTROL CONSTRAINTS**

**Aleksey Antipov**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, research associate (scholess18@mail.ru).

*Abstract: The control plant is an inverted mathematical pendulum, which mathematical model includes the mechanical subsystem and electric subsystem – reduced dynamic of a DC-motor. The problem of tracking the given signal by the angular*

*position of the inverted pendulum with the given accuracy in the presence of state variables and control constraints is considered. The problem is posed in conditions of external, non-smooth, and unmatched disturbances acting on the plant and in the presence of parametric uncertainties in the model of the plant. It is supposed that the generator of the given signal and external disturbances and the parameters identifier are absent. In the described formulation, the solution is non-trivial, and the problem is especially actual when the plant operates in rather hard conditions and well-known approaches are inapplicable, such as combined control with identification of parameters. For the solution of the problem, we use the block approach: the part of the variables is interpreted as fictitious controls, which should track the desired functions. For the fulfillment of the state and control constraints, we suppose to use smooth and bounded sigmoid functions as fictitious controls. Formed local feedbacks in the mechanical subsystem are provided by the true discontinuous control in the electrical subsystem. The results of modeling of the developed approach in MATLAB-Simulink are presented, which proves its efficiency.*

**Keywords:** tracking, block approach, sigma-function, external disturbances, parametric uncertainty, state constraints.

УДК 62-503.54

ББК 32.965.8