ПОСТРОЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАТОРА ЗАДАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМ РОБОТОМ

Кокунько Ю. Г. [1]

(*ФГБУН Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва*)

В рамках каскадного подхода к синтезу наблюдателей состояния динамических объектов при воздействии внешних неконтролируемых возмущений предложен метод восстановления производных любого нужного порядка детерминированной функции времени по ее текущим значениям, не требующий знания аналитического вида функции и численного дифференцирования. В предположении, что функция является кусочно-гладкой и ее производные ограничены известными константами, вводится виртуальная динамическая модель канонического вида с неизвестным входом, которая порождает на выходе данную функцию. На основе этой модели, порядок которой зависит от порядка производных, подлежащих восстановлению, строится динамический дифференциатор в виде наблюдателя состояния с кусочно-линейными корректирующими воздействиями. В данной работе указанные построения продемонстрированы на примере системы управления колесным роботом. Для синтеза обратной связи применяется нелинейный закон управления, стабилизирующий движение платформы вдоль допустимой криволинейной траектории. Для реализации обратной связи в задаче путевой стабилизации требуется текущая информация о переменных состояния модели объекта управления, задающих воздействиях и их производных первого и второго порядка. В предположении, что переменные состояния доступны для измерений, для оценивания производных задающих воздействий построены дифференциатор третьего порядка.

Ключевые слова: колесный робот, задача путевой стабилизации, динамический дифференциатор, инвариантность, декомпозиция.

1. Введение

На современных складах и производствах активно используются мобильные роботы и беспилотные транспортные средства. Для реализации высокоточных алгоритмов автоматического управления, обеспечивающих движение объекта управления вдоль заданного пути, требуется информация не только о коор-

[1] *Юлия Георгиевна Кокунько, м.н.с.* (*juliakokunko@gmail.com*).

динатах целевой точки, но и об ее производных старшего порядка, т.е. необходимо аналитическое описание заданной траектории как функции времени. Однако полное аналитическое описание сложной траектории является достаточно трудоемким процессом, требующим привлечения теории графов, сплайновой интерполяции и других методов [1, 6]. В предположении, что задающие воздействия поступают в систему управления в реальном времени из автономного источника в виде детерминированных сигналов, ставится задача восстановления их производных требуемого порядка с помощью вычислительных алгоритмов, реализуемых на бортовом компьютере. В качестве альтернативы реальному дифференцированию сигналов в данной работе предложен метод синтеза динамического дифференциатора, который строится в виде наблюдателя состояния виртуальной канонической модели с неизвестным входом, выходом которой полагается задающий сигнал.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 2 описывается модель объекта управления, функционирующего в условиях внешних возмущений, которые действуют в пространстве управления и полагаются неизвестными, ограниченными функциями времени. В разделе 3 в рамках блочного подхода разработан закон комбинированного управления с линейной стабилизирующей составляющей, обеспечивающий отслеживание с заданной точностью выходными переменными заданных сигналов и ε-инвариантность по отношению к ограниченным возмущениям. В разделе 4 представлен синтез динамического дифференциатора, дающего оценки производных первого и второго порядка целевого сигнала.

2. Описание модели объекта управления.

В качестве объекта управления рассматривается беспилотная трехколесная платформа, которая движется без проскальзывания, два задних колеса являются ведущими, переднее колесо является поворотным. Кинематические соотношения для платформы в неподвижной системе декартовых координат xOy без учета динамики привода переднего колеса имеют вид [3–5]

(1) $\dot{X}_c = V\cos\theta, \dot{Y}_c = V\sin\theta, \dot{\theta} = Vu,$

где $X_C(t)$, $Y_C(t)$ – координаты базовой точки C, расположенной в середине задней оси платформы; $V(t) > 0$ – скалярная линейная скорость базовой точки; θ – угол между осью x и центральной линией платформы, которая совпадает с направлением вектора скорости (ориентация платформы относительно неподвижной системы координат); u – мгновенное значение кривизны линии движения базовой точки, которое трактуется как скалярное управляющее воздействие, связанное однозначно с углом поворота переднего колеса δ:

(2) $u = \mathrm{tg}\phi / l, |u| \le \bar{u},$

где l – расстояние между задней осью и передним колесом, предполагается, что ϕ меняется мгновенно.

3. Синтез базового закона управления

Для системы (1)–(2) рассматривается задача путевой стабилизации. Требуется синтезировать закон управления в форме обратной связи, обеспечивающий вывод базовой точки на целевую (допустимую) траекторию и ее движение вдоль заданной кривой.

В данной работе для синтеза базового закона управления используется подход, в рамках которого вводятся путевые координаты [3–5]: s – значение натурального параметра (длина дуги) для точки заданной кривой, ближайшей к роботу, которую будем называть целевой точкой $C_S(X_S, Y_S)$; d – расстояние от базовой точки платформы C до заданной траектории движения (расстояние со знаком плюс, если базовая точка находится слева от кривой при движении в положительном направлении, и со знаком минус, если справа); ψ – угол между центральной линией платформы и касательным вектором к заданной кривой в целевой точке (угловое отклонение), $-\pi/2 < \psi < \pi/2$.

Относительно путевых координат математическая модель движения объекта управления (1)–(2) принимает вид [3–5]

(3) $\dot{d} = V\sin\psi,\ \dot{\psi} = Vu - \dfrac{Vk\cos\psi}{1-kd},\ \dot{s} = \dfrac{V\cos\psi}{1-kd},$

где $k := k(s)$ – кривизна заданной кривой в целевой точке. Предполагается, что $kd \neq 1$, функция $k(s)$ является кусочно-непрерывной и ограниченной $|k| < \bar{u}$.

В качестве регулируемых переменных принимаются линейное и угловое отклонения от заданной кривой:

(4) $x_1 = d, x_2 = \mathrm{tg}\,\psi.$

Для синтеза линеаризующей обратной связи пространство путевых координат системы (3) расширяется путем ввода независимой переменной $\xi(t)$ и ее динамической модели: $\dot{\xi} = V(t)\cos\psi > 0$. В работах [3–5] показано, что с помощью замены дифференцирования по времени дифференцированием по ξ система (3) приводится относительно отклонений (4) к квазиканонческому виду

(5) $x_1' = x_2,\ x_2' = -\dfrac{(1+x_2^2)k}{1-kx_1} + (1+x_2^2)^{3/2}u,\ s' = \dfrac{1}{1-kx_1}.$

Особенность системы (5) состоит в том, что правые части дифференциальных уравнений относительно канонических переменных x_1, x_2 не зависят явно от s и переменная s не является стабилизируемой. В терминах системы (5) формируется комбинированное управление с линейной стабилизирующей составляющей $\sigma(x) = c_1x_1 + c_2x_2$, $c_{1,2} > 0$:

(6) $u = -\dfrac{\sigma(x)}{(1+x_2^2)^{3/2}} + \dfrac{k}{\sqrt{1+x_2^2}\,(1-kx_1)} = \sigma(d,\mathrm{tg}\,\psi)\cos^3\psi + \dfrac{k\cos\psi}{1-kd}.$

Это обеспечивает асимптотическую устойчивость виртуальной системы (5), (6) $x'_1 = x_2$, $x'_2 = -c_1x_1 - c_2x_2$ и решение задачи путевой стабилизации.

Для реализации закона управления (6) требуется вычислять в реальном времени кривизну заданной траектории в целевой точке k, отклонение d от целевого пути и угловое отклонение ψ. Для этого надо знать текущие положение $X_C(t)$, $Y_C(t)$ и ориентацию робота $\theta(t)$, а также задающее воздействие $g(t)$ и его производные первого и второго порядка $\dot{g}(t), \ddot{g}(t)$. Задающее воздействие является двумерным вектором, элементами которого являются текущие координаты целевой точки $C_S(X_S(t); Y_S(t))$ в неподвижной системе координат xOy. В предположении, что измерениям доступны только переменные $X_C(t)$, $Y_C(t)$, $\theta(t)$, $X_S(t)$; $Y_S(t)$, ставится задача восстановления производных задающих сигналов по их текущих значениям.

4. Динамический дифференциатор

В данном разделе представлен основной результат; разработанный метод излагается применительно к задаче восстановления первой и второй производных первого элемента $g_1(t) = X_S(t)$ вектора задающих воздействий. Для второго элемента $Y_S(t)$ следует использовать аналогичные построения.

Пусть в режиме реального времени из внешнего, автономного источника в систему управления поступает незашумленный детерминированный сигнал $g_1(t) = X_S(t)$, который полагается непрерывной, кусочно-дифференцируемой функцией времени, аналитический вид которой не известен. Ставится задача восстановления текущих значений первой и второй производной данного сигнала в предположении, что функции $g_1^{(i)}(t) = g_{i+1}(t)$, $i = 1, 2, 3$, являются кусочно-непрерывными и ограничены известными константами:

(7) $$|g_i(t)| \le G_i, i = \overline{2,4}, t \ge 0.$$

Для формализации задачи в рассмотрение вводится виртуальная динамическая модель третьего порядка, представленная в канонической форме:

(8) $$\dot{g}_1 = g_2, \dot{g}_2 = g_3, \dot{g}_3 = g_4(t).$$

Входом системы (8) является неизвестный ограниченный сигнал $g_4(t) = \dddot{g}_1(t)$, который трактуется как внешнее возмущение. Выходом является измеряемый сигнал $g_1(t)$.

Для упрощения проблемы оценивания переменных $g_2(t)$, $g_3(t)$ для системы (7) предлагается использовать нестандартный наблюдатель (дифференциатор) без собственных движений в виде

$$(9)\quad \dot z_1 = v_1,\, \dot z_2 = v_2,\, \dot z_3 = v_3,$$

где z_i – переменные состояния, v_i – управляющие воздействия дифференциатора. Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации ошибок наблюдения $\varepsilon_i = g_i - z_i$, $i = 1, 2, 3$, в системе

$$(10)\quad \dot\varepsilon_1 = g_2 - v_1,\, \dot\varepsilon_2 = g_3 - v_2,\, \dot\varepsilon_3 = g_4 - v_3,$$

где переменные $g_i(t)$, $i = 2, 3, 4$, трактуются как внешние ограниченные возмущения. Учитывая, что значение $g_1(0)$ известно, мы можем установить в дифференциаторе (9) начальные условия $z_1(0) = g_1(0) \Rightarrow \varepsilon_1(0) = 0$, $z_i(0) = 0 \Rightarrow \varepsilon_1(0) = g_i(0) \Rightarrow$ $|\varepsilon_1(0)| \le \delta$, $|\varepsilon_i(0)| \le 2G_i$, $2G_i >> \delta$, $i = 2, 3$.

Для обеспечения инвариантности по отношению к внешним возмущениям предлагается использовать процедуру каскадного синтеза кусочно-линейных управляющих воздействий:

$$(11)\quad \begin{aligned} v_1 &= p_1\mathrm{sat}(l_1\varepsilon_1) = \begin{cases} p_1\mathrm{sign}\varepsilon_1, |\varepsilon_1| > 1/l_1, \\ p_1 l_1\varepsilon_1, |\varepsilon_1| \le 1/l_1; \end{cases} \\ v_i &= p_i\mathrm{sat}(l_i(v_{i-1} - z_i)) = \begin{cases} p_i\mathrm{sign}(v_{i-1} - z_i), |v_{i-1} - z_i| > 1/l_i, \\ p_i l_i(v_{i-1} - z_i), |v_{i-1} - z_i| \le 1/l_i,\ i = 2,3. \end{cases} \end{aligned}$$

Линейные функции с насыщением являются гибридом линейной и разрывной обратной связи и привносят в замкнутую систему преимущества обоих методов, но свободны от их недостатков и рекомендуются для практической реализации [2, 7]. Каждое корректирующее воздействие (11) имеет по два настраиваемых параметра: $p_i > 0$ – амплитуду, от выбора которой зависит скорость оценивания, $l_i > 0$ – большой коэффициент, от выбора которого зависит точность оценивания.

В силу уравнений (10) сигналы, формирующие корректирующие воздействия v_i, $i = 2, 3$, (11), и замкнутую систему (10), (11) можно представить в виде

$$(12)\quad \begin{aligned} & v_{i-1} - z_i = g_i - \dot\varepsilon_{i-1} - z_i = \varepsilon_i - \dot\varepsilon_{i-1}, i = 2,3, \\ & \dot\varepsilon_1 = g_2 - p_1\mathrm{sat}(l_1\varepsilon_1), \dot\varepsilon_2 = g_3 - p_i\mathrm{sat}(l_i(\varepsilon_i - \dot\varepsilon_{i-1})), i = 2,3. \end{aligned}$$

Как видим, для решения задачи наблюдения нужно обеспечить стабилизацию не только ошибок наблюдения в системе (10), но и их производных путем выбора настраиваемых параметров *p, l*. Доказано следующее утверждение.

Лемма. Если в системе (10), (12) условия (7) и (11) выполняются, то тогда для любых сколь угодно малых δ, $T > 0$ найдутся такие положительные действительные числа p_i^*, l_i^*, что $\forall p_i, l_i : p_i > p_i^*, l_i > l_i^*, i = 1, 2, 3,$ выполнятся неравенства

(14) $\left|\varepsilon_i(t)\right| = \left|z_i(t) - g_i(t)\right| \le \delta,\ i = 1, 2, 3, t \ge T.$

Для обеспечения (14) в ходе доказательства получены следующие неравенства для настройки параметров кусочно-линейных управлений (11):

$$p_1^* = G_2,$$

$$p_2^* = \frac{2G_2 + 3G_3\Delta t}{\Delta t} = \frac{18G_2}{T} + 3G_3,$$

$$p_3^* = \frac{2G_3 + 9G_4\Delta t}{\Delta t} = \frac{18G_3}{T} + 9G_4,$$

$$l_1^* = \frac{1}{p_1}\max\left\{\frac{G_2}{\delta}; \frac{4G_3}{\delta}; \frac{8G_4}{\delta}; \frac{1}{\Delta t}\ln\frac{4(G_2 + p_1)}{\delta}; \frac{1}{2\Delta t}\ln\frac{8(G_3 + p_1)}{\delta}\right\},$$

$$l_2 > \frac{1}{p_2}\max\left\{\frac{2G_3}{\delta}; \frac{8G_4}{\delta}; \frac{1}{\Delta t}\ln\frac{8(G_3 + p_2)}{\delta}\right\},$$

$$l_3^* = \frac{2G_4}{p_3\delta}.$$

Без ограничения общности данный подход применим в задачах оценивания производных детерминированных сигналов любого требуемого порядка в аналогичных априорных предположениях.

5. Заключение

Основной результат работы – динамический дифференциатор задающих воздействий, который позволит расширить область применения известных методов проектирования динамических обратных связей для решения задач следования по траектории и упростит процесс планирования режима движения. Результаты численного моделирования подтвердили его эффективность.

Литература

1. ГИЛИМЬЯНОВ Р.Ф., РАПОПОРТ Л.Б. *Метод деформации пути в задачах планирования движения роботов при наличии препятствий* // Проблемы управления. – 2012. – №1. – С. 70–76.
2. КОКУНЬКО Ю.Г., КРАСНОВА С.А. *Оценивание производных задающих воздействий в системе управления БПЛА* // Труды 13-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2020, Москва). – М.: ИПУ РАН, 2020. – С. 725–736.
3. ПЕСТЕРЕВ А.В. *Синтез стабилизирующего управления в задаче следования колесного робота вдоль заданной кривой* // Автоматика и телемеханика. – 2012. – №7. – С. 25–39.
4. ПЕСТЕРЕВ А.В., РАПОПОРТ Л.Б. *Каноническое представление задачи путевой стабилизации для колесных роботов* // Автоматика и телемеханика. – 2013. – №5. – С. 80–101.
5. ПЕСТЕРЕВ А.В., РАПОПОРТ Л.Б., ТКАЧЕВ С.Б. *Каноническое представление нестационарной задачи путевой стабилизации* // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2015. – №4. – С. 160–176.
6. ТКАЧЕВ С.Б., КРИЩЕНКО А.П., КАНАТНИКОВ А.Н. *Автоматическая генерация сложных пространственных траекторий БПЛА и синтез управлений* // Математика и математическое моделирование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. – 2015. – №01. – С. 1–17.
7. УТКИН В.А., КРАСНОВА С.А. *Повышение точности оцениваемых сигналов в наблюдателях состояния и возмущений* // Материалы 12-й Международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD'2019, Москва). – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 468–471.

DESIGNING A DIFFERENTIATOR FOR A CONTROL SYSTEM FOR A MOBILE ROBOT

Julia Kokunko, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, (juliakokunko@gmail.com).

Abstract: In the framework of the cascade approach to state observers design for dynamic objects under the influence of external uncontrollable disturbances, a method for or reconstructing the derivatives of any desired order of a deterministic time function from its current values, which does not require knowledge of the analytical form of the function and numerical differentiation, is proposed. Assuming that the function is piecewise smooth and its derivatives are bounded by known constants, a virtual dynamic model of canonical form with an unknown input is introduced. On the basis of this model, whose order depends on the order of the derivatives to be recovered, a dynamic differentiator is constructed in the form of a state observer with piecewise linear corrective actions. In this paper, the above designs are demonstrated on the example of a control system for a wheeled robot. An nonlinear control law that stabilizes the motion of the platform along an admissible curvilinear trajectory is used to synthesize the feedback. The current information about the state variables of the control plant model, the setting influences and their first- and second-order derivatives is required to implement the feedback in the problem of track stabilization.

Keywords: wheeled robot, path following stabilization, dynamic differentiator, invariance, decomposition.

УДК 62.50
ББК 32.817