

## ФУНКЦИОНАЛЬНО-ВОКСЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЛАСТЕЙ СТОЛКНОВЕНИЯ РОБОТОВ

Толок А. В.<sup>1</sup>, Сычева А. А.<sup>2</sup>  
(ФГБУН Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

*Задачи избегания столкновения агентов при движении постоянно возникают в мультиагентных системах с децентрализованным управлением. Сложность в адаптации данных алгоритмов к реализации на мобильных платформах заключается в возрастающем объеме вычислений при увеличении количества рассматриваемых агентов. Решение данной задачи требует применения более простых вычислительных схем и соответствующих моделей. Классический алгоритме избегания столкновений ORCA основывается на взаимном расчете полуплоскостей возможного столкновения для каждой пары роботов-агентов, что является самым вычислительно затратным этапом алгоритма. Функционально-воксельный метод позволит хранить в графических образах необходимые локальные геометрические характеристики искомой области, а также проводить большую часть расчетов заранее, благодаря чему возможно упростить проводимые вычисления и ускорить работу алгоритма. В работе предложено построение функционально-воксельной модели искомой геометрической области возможных столкновений агентов посредством интерполяции контура области с помощью кривых Безье. Локальное геометрическое моделирование кривых Безье осуществляется посредством нулевого отрезка на положительной области. Для моделирования динамического случая разработанной статической функционально-воксельной модели предложена четырехмерная графическая модель, осуществляющая распределение результатов моделирования статических случаев в пространственно-временных характеристиках.*

Ключевые слова: кривая Безье, мультиагентная система, функционально-воксельное моделирование, ORCA.

### 1. Введение

Существующие алгоритмы движения роботов в мультиагентных системах, как правило, базируются на геометрическом представлении точек – положений агентов и их векторов скорости перемещения. В работах, посвященных таким алгоритмам [8–7], как правило описывается лишь общая логика поведения каждого

---

<sup>1</sup> Алексей Вячеславович Толок, д.т.н., профессор (tolok\_61@mail.ru).

<sup>2</sup> Анастасия Антоновна Сычева, м.н.с. (a.a.sycheva@mail.ru).

агента при угрозе столкновения и не представлены все геометрические аспекты подобных подходов.

В статьях, описывающих классический алгоритм ORCA для определения вектора избегания столкновения, осуществляется построение области скоростей столкновения, форма которой образуется двумя касательными к окружности. Наибольшую вычислительную нагрузку несет именно процесс вычисления данной области, что затрудняет применение алгоритма на мобильных платформах.

Рассмотренные программные реализации подобных алгоритмов показали уход от основных принципов классического алгоритма, изложенных в теоретической части, с применением упрощенных векторных схем, что утрирует расчет, приводит к снижению точности поиска оптимального решения.

Принимая во внимание необходимые вычислительные операции и то, что проводить расчеты необходимо в каждый момент времени по отношению к каждой паре рассматриваемых роботов, возникает необходимость поиска упрощенных расчетных схем для приложения данного алгоритма в системах моделирования. Необходимы, к примеру, подходы, позволяющие предварительно рассчитать необходимые для решения статической задачи параметры и осуществляющие распределение результатов такого расчета в пространственно-временных характеристиках для решения динамического случая.

Упрощение математических операций традиционно считается преимуществом функционально-воксельного моделирования [5], когда часть вычислений заменяет формирование графического образа с содержанием всей необходимой локальной информации о геометрии объекта. Применение данного метода позволяет значительную часть вычислений осуществлять заранее, до начала процесса движения роботов. Роботу достаточно обратиться к требуемому образу функционально-воксельной модели, получить необходимую характеристику и осуществить оставшиеся расчеты.

## 2. Интерполяция контура области возможного столкновения посредством локальной компьютерной геометрии

Для формулирования алгебраической функции, описывающей зону столкновений для построения функционально-воксельной модели, необходимо получить закон  $R$ -функционального моделирования [3] контура её границы на заданной прямоугольной области. При этом, исходя из положения полуплоскостей, организующих такой контур, во внутренней области должен присутствовать характерный склон от центрального хребта к границе зоны столкновения. Пример такого изображения представлен на рис. 1 слева.

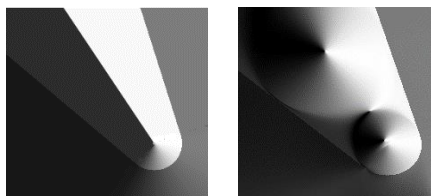


Рис. 1. Изображение функционально-воксельной модели искомой области

Раннее предпринимались попытки описания искомой геометрической области посредством аппарата  $R$ -функций для дальнейшего применения в функционально-воксельном моделировании [6]. Подобная математическая интерпретация для построения контура посредством  $R$ -функциональных конструкций не создает необходимой геометрии внутри контура зоны (рис. 1 справа). Возникает необходимость в определении иных подходов к описанию искомой области.

Зону скоростей столкновения роботов можно интерполировать некоторой кривой, что позволяет воспользоваться свойствами функционально-воксельного моделирования кривых. Но для начала необходимо определить контур области, для чего необходимо аналитическое представление кривой, описывающей данный контур.

Задача построения контура – границы зоны столкновения роботов сводима к интерполяции кривой, проходящей через опорные точки. Параметрически заданные кривые являются универсальным конструкторским инструментом для построения гладких контуров. Существуют различные подходы к построению параметрической кривой по наперед заданным точкам [1, 2]. Рассмотрим классического представителя параметрических кривых – кривую Безье.

Функционально-воксельное моделирование гладкой кривой Безье можно осуществить различными способами. В частности, её можно моделировать посредством применения алгоритма Де Кастельджо с использованием аппарата  $R$ -функций [9]. Однако применение данного подхода не дает требуемую монотонно гладкую поверхность, а создание сложных кривых с переменной кривизной возможно только с нарушением непрерывности такой поверхности из-за необходимости стыковки выпуклых областей.

Предлагаемый подход к построению функционально-воксельной модели гладкой кривой, устраняющий перечисленные проблемы, можно определить как локальное геометрическое моделирование посредством  $R$ -функционального пересечения. Гладкую кривую можно представить набором следующих друг за другом коротких отрезков – конец одного отрезка соответствует началу следующего. При малом шаге дискретизации подобное разбиение создаст достаточно гладкую кривую.

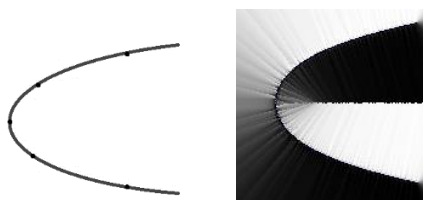
В качестве такого отрезка необходимо использовать отрезок нулевых величин на области положительных значений функции. При пересечении двух таких отрезков кривой на гладкой поверхности область значений каждого последующего отрезка влияет на уже полученную область. Таким образом гладкая пластичная поверхность формирует нулевую границу в виде заданной параметрической кривой (рис. 2).

На представленных изображениях наблюдается качественное изображение контура, пластичная гладкая поверхность и характерный хребет во внутренней области кривой Безье, что является подходящими характеристиками модели для дальнейшего применения в поставленной задаче.



*Рис. 2. Примеры моделирования кривых с помощью нулевого отрезка на положительной области*

С одной стороны, возможно построение искомого контура как одной сплошной кривой Безье. Однако, как можно наблюдать на рис. 3, полученный контур будет далек от искомой геометрии и будет иметь скорее параболическую форму, в то время как ветви искомой области должны являться касательными прямыми к завершающей окружности контура.



*Рис. 3. Пример моделирование области с помощью кривой Безье*

С другой стороны, таким подходом возможно построение контура, состоящего из нескольких параметрически заданных геометрических фигур (отрезок прямой, сегмент окружности). Рассмотрим построение контура, состоящего из таких элементов. На рис. 4 слева представлена модель контура, построенная посредством двух отрезков и сегмента окружности, локализованного отрезками. На рис. 4 справа представлен вариант модели, в котором вместо двух отрезков выступают кривые Безье линейного вида, т.е. тоже осуществляется их локализация минимальными отрезками.

Как можно наблюдать, второй вариант построения позволяет получить более монотонную поверхность.

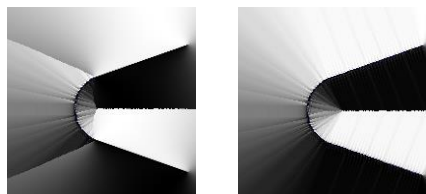


Рис. 4. Пример моделирования кривой, состоящей из элементов

В результате функционально-воксельной моделью искомой области будет являться набор из 4 образов-моделей, отражающих локальные геометрические характеристики  $n_1, n_2, n_3, n_4$  для локальной функции  $n_1x + n_2y + n_3z + n_4 = 0$ , описывающей внутреннюю и внешнюю область контура зоны скоростного столкновения в каждой точке. Пример таких образов-моделей представлен на рис. 5.

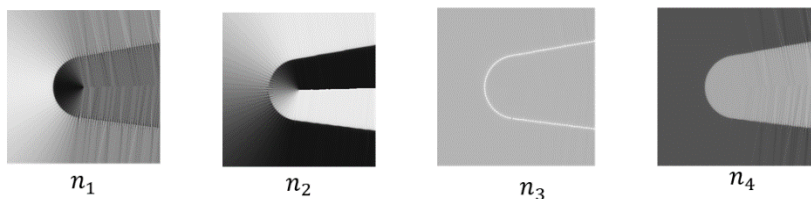
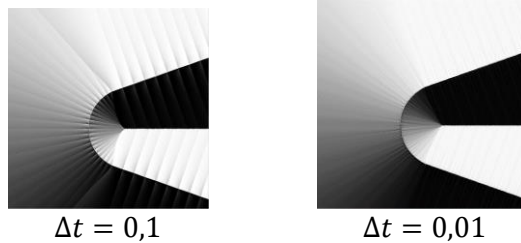


Рис. 5. Функционально-воксельная модель искомого контура

Точностью предложенной модели необходимо управлять посредством увеличения размера графического образа и уменьшения шага дискретизации. Невозможно получить более точную модель, используя только одну из указанных составляющих. Уменьшение шага дискретизации ниже некоторого порога при неизменном размере графического образа не будет давать более точной картины по сравнению с большими значениями шага, так как изменения значения вычисляемых координат будут меньше пикселя. И наоборот, увеличение размера графического образа при неизменном шаге дискретизации не даст более точного изображения.

Наглядное повышение точности модели представлено на рис. 6. При размере образа  $800 \times 800$  пикселей уменьшение шага

дискретизации  $\Delta t$  с 0,1 до 0,01 наблюдается заметное уточнение полученного изображения.



*Рис. 6. Зависимость гладкости образуемой поверхности от шага дискретизации*

Повышение гладкости изображения также возможно посредством перехода от линейного выражения операции пересечения к квадратичному. Операция  $R$ -функционального пересечения задается выражением:

$$(1) \quad X \vee_{\alpha} Y = \frac{1}{1+\alpha} (X + Y - \sqrt{X^2 + Y^2 - 2\alpha XY}),$$

где параметр  $\alpha \in (-1; 1]$ .

При  $\alpha = 1$  наблюдается линейное выражение операции пересечения:

$$(2) \quad X \wedge_1 Y = 0,5(X + Y - |X - Y|)$$

Именно по данной формуле осуществлялось выполнение операции пересечения нулевых отрезков во всех предыдущих изображениях.

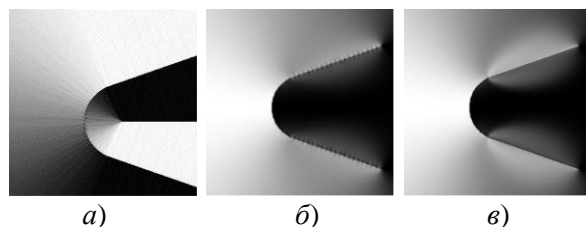
В случае же  $\alpha = 0$  операция пересечения переходит к квадратичному случаю и выражается как:

$$(3) \quad X \wedge_0 Y = X + Y - \sqrt{X^2 + Y^2}$$

На рис. 7 представлено сравнение изображений, полученных в линейном случае (а), квадратичном с параметризованными отрезками (б) и квадратичном с непараметризованными отрезками (в).

В квадратичном случае осуществляется построение наиболее гладкой поверхности, однако также наблюдается размывание необходимого для дальнейших расчетов хребта. Также стоит отметить, что при параметризации отрезков в квадратичном случае

особенно заметно уменьшение их геометрического влияния на общую форму получаемой поверхности, в отличие от линейного случая.



*Рис. 7. Различные подходы к моделированию области*

В результате наиболее подходящей для решения поставленной задачи является геометрическая модель зоны скоростей столкновения, построенная посредством интерполяции контура области с помощью линейного  $R$ -воксельного пересечения отрезков нулевых значений с параметризованными отрезками касательных прямых.

### **3. Четырехмерная модель относительного расположения двух роботов**

Полученные двумерные графические образы характеризуют статическую ситуацию относительного расположения двух роботов (текущего рассматриваемого робота и робота, приближающегося к нему) относительно друг друга в координатах  $x$  и  $y$  на плоскости. Причем в таком случае рассматривается приближение робота по вектору, обратно направленному движению рассматриваемого робота. На практике же необходимо динамически рассматривать расстояние между роботами. Также приближение робота может происходить и под разными углами относительно вектора движения текущего робота. Таким образом, необходимо рассматривать расстояние между роботами  $d$  и угол отклонения  $\alpha$  для приближающегося робота к текущему.



С уменьшением расстояния между роботами происходит изменение геометрии получаемой области скоростей столкновения – наблюдается постепенное расхождение касательных прямых получаемой области (рис. 8).

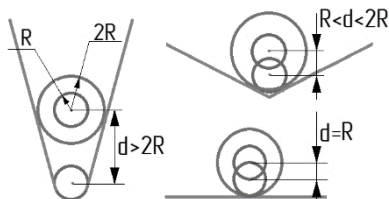


Рис. 8. Изменение геометрии области при сближении роботов

Не составит труда осуществить построение последовательности графических моделей с нарастанием наклона касательных ветвей к сегменту окружности. На рис. 9 представлены два изображения, полученных при уменьшении исходного расстояния между роботами на некоторый шаг, т.е. происходит расхождение в разные стороны касательных прямых образуемой области.

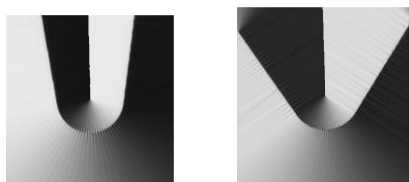
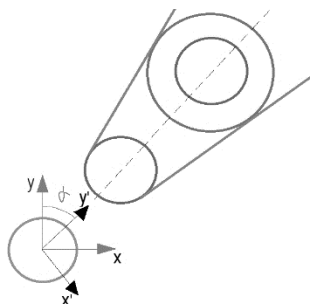


Рис. 9. Примеры ФВ-модели области при сближении роботов

Формируя некоторое количество подобных образов с различным раствором касательных прямых, моделируются различные ситуации приближения робота к текущему в случае направления вектора движения приближающегося робота обратно направлению движения текущего робота, т.е. локальная система координат приближающегося робота не отклоняется от локальной системы координат рассматриваемого робота.

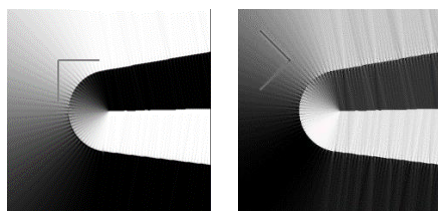
Учет угла поворота локальной системы координат при приближении робота к текущему возможно реализовать посредством стандартной процедуры поворота. Изначально начало координат

располагается в центре рассматриваемого робота, а приближающийся робот движется к нему в направлении обратной оси  $OY$ . Приближение робота с любой другой стороны можно промоделировать посредством поворота локальной системы координат рассматриваемого робота на угол  $\alpha$  (рис. 10).



*Рис. 10. Изменение угла наклона локальной системы координат*

Поворот вокруг начала координат в функционально-воксельном моделировании осуществляется посредством преобразования локальных геометрических характеристик в каждой точки области локальной функции. Также стоит отметить, что зрительно на образе не будет происходить поворота отображенной области (меняется лишь цвет палитры в каждой точке), поскольку область локальных функций поворачивается вместе с объектом. Например, поворот системы координат на 90 градусов по сути означает поменять местами образы А и В функционально-воксельной модели. Поэтому для наглядности на дальнейшие изображения были добавлены координатные оси, по которым можно понять, на сколько осуществлен поворот. Пример поворота вокруг оси координат на 135 градусов представлен на рис. 11



*Рис. 11. Поворот модели на 135 градусов*

Для получения полной динамической картины сближения роботов необходимо построение образов с различными расстояниями между роботами и для каждого из них построение образов с различными углами поворота вокруг начала координат.

В результате положение текущего робота и приближающегося к нему задается четырьмя переменными – координатами  $x$  и  $y$ , заключенными в двумерном графическом образе, расстоянием между роботами  $d$  и углом наклона  $\alpha$  вектора движения приближающегося робота по отношению к текущему. Таким образом, динамика движения двух роботов будет отображаться в четырехмерной модели, наглядное представление которой изображено на рис. 12.

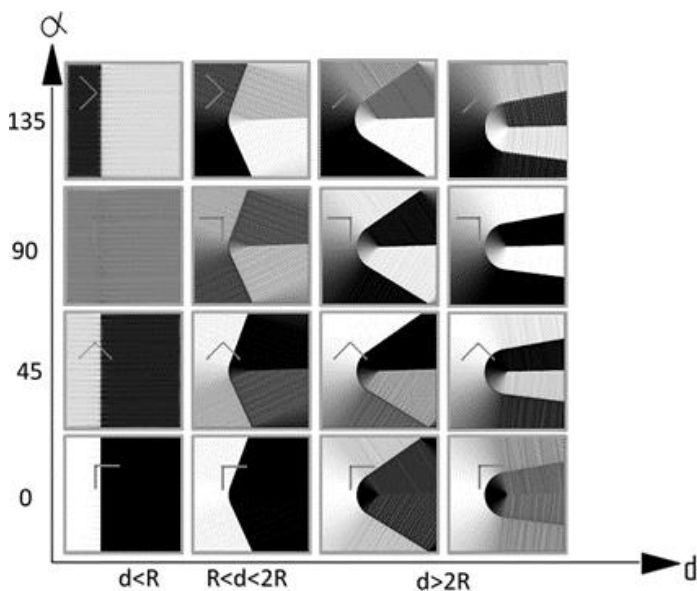


Рис. 12. Четырехмерная модель области столкновения роботов

Каждый графический образ данной модели отображает конкретную плоскость для ситуации в расположении двух роботов, а при этом модель описывает все возможные варианты взаимного расположения роботов друг к другу.

Уточнение данной модели возможно посредством увеличения количества графических образов, т.е. уменьшения шага дискретизации расстояния  $d$  и угла  $\alpha$ , и увеличением точности образов, как это было описано в предыдущем разделе. Однако даже при малом количестве образов и низкой их точности всегда можно определить направление вектора избегания столкновения, что позволяет использовать модели, для создания которых не требуется высоких вычислительных мощностей.

#### **4. Заключение**

Полученная четырехмерная функционально-воксельная модель, отображающая динамику представления зоны скоростей столкновения для основных ситуаций относительного положения двух роботов позволяет устранить из процедуры определения области ORCA основную часть расчётов, задействованных для определения вектора избегания столкновения рассматриваемого робота. Такой подход может и должен оправдать себя применением для различных многокритериальных вычислений в задачах математического моделирования, приводимых к геометрической постановке.

#### **Литература**

1. БОРИСЕНКО В.В. *Построение оптимального сплайна Безье* // *Фундаментальная и прикладная математика.* – 2016. – Т. 21, №3. – С. 57–72.
2. КОНОПАЦКИЙ Е.В. *Геометрическое моделирование многофакторных процессов методами многомерной интерполяции и аппроксимации:* Дис. док. техн. наук. – Макеевка, 2019. – 298 с.
3. РВАЧЕВ В.Л. *Теория  $r$ -функций и некоторые ее приложения.* – Киев: Наукова думка, 1982. – 552 с.
4. ТИМОФЕЕВ А.В., ЮСУПОВ Р.М. *Принципы построения интегрированных систем мультиагентной навигации и интеллектуального управления мехатронными роботами* // *Information Technologies & Knowledge.* – 2011. – Т. 5, №3. – С. 237–244.

5. ТОЛОК А.В. *Функционально-воксельный метод в компьютерном моделировании* / Под ред. академика РАН С.Н. Васильева. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 112 с.
6. ТОЛОК А.В., ХАРЛАНОВА П.М., СИЗОВА Л.Н и др. *Моделирование алгоритмов управления группами мобильных роботов средствами функционально-воксельного метода* // СТАНКОИНСТРУМЕНТ. – 2020. – №4. – С. 76–81.
7. ALEJO D., COBANO J.A., HEREDIA G., OLLERO A. *Optimal reciprocal collision avoidance with mobile and static obstacles for multi-UAV systems* // Int. Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS). – 2014. – P. 1259–1266.
8. VAN DEN BERG J., GUY STEPHEN J., LIN MING C., MANOCHA D. *Reciprocal n-body collision avoidance* // Robotics Research. – 2011. – P. 3–19.
9. TOLOK A.V., TOLOK N.B., SYCHEVA A.A. *Construction of the functional voxel model for a spline curve* // Proc. of the 30th International Conference on Computer Graphics and Machine Vision (GRAPHICON 2020, St.petersburg). – St.petersburg: CEUR Workshop Proceeding. – 2020. – Vol. 2744.

## FUNCTIONAL-VOXEL MODELING OF ROBOT COLLISION AREAS

**Alexey Tolok**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Doctor of Science, professor (tolok\_61@mail.ru).

**Anastasiya Sycheva**, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow (a.a.sycheva@mail.ru).

*Abstract: The problem of avoiding collision between agents in motion constantly arises in multi-agent systems with decentralized control. As the number of moving agents increases, the amount of computation increases, which makes it difficult to adapt these algorithms for implementation on mobile platforms. The solution of this problem requires using simpler computational schemes and suitable models. The classical collision avoidance algorithm ORCA is based on mutual computation of half-planes of possible collision for each pair of agents, which is the most computationally expensive stage of the algorithm. The functional-voxel modelling will make it possible to store in graphical images the required local geometrical characteristics of the required geometrical region, as well as to perform most of the calculations in advance, thus simplifying the calculations and speeding up the algorithm. The paper presents a functional-voxel model of geometric region of possible collisions of agents by interpolation of the region's contour using Bezier curves. The local geometric modeling of*

*Bézier curves is performed via a zero segment on the positive domain. A four-dimensional graphical model is proposed to simulate the dynamic case of the developed model. This model carries out the distribution of the results of static case modeling in space-time characteristics.*

Keywords: Bézier curve, multi-agent system, functional-voxel modeling, ORCA.

УДК 004.9

ББК 32.97