

МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Лайко А. Э.¹

(ФГАОУ ВО Волгоградский
государственный университет, Волгоград)

Исследованы задачи поиска оптимального управления в расширении теоретико-игровых моделей «Центр – Агенты» и «Центр – менеджер – Агенты», состоящем во введении зависимости результата действия агентов от его величины и эффективности управления, зависящей в свою очередь от нагрузки на субъект управления. Найдены зависимости оптимальных параметров управления от числа работников организации.

Ключевые слова: организационная система, управление, оптимизация структуры.

1. Введение

В моделях управления организационной системы (ОС), представленных во многих работах [2, 4] не рассматривается зависимость эффективности управления от затрат субъекта управления. Эффективность управления считается максимальной, а предметом исследования является структура управленческой иерархии, минимизирующая ее затраты. Однако перестройка иерархической структуры, требующая отдельных затрат, часто дезорганизует работу. Поэтому реальные ОС часто имеют неоптимальную управленческую структуру. Сохранение структуры ОС в процессе количественного роста числа ее работников ведет к падению ее эффективности и кризису развития [1, 3]. Исследование таких процессов средствами математического моделирования является актуальной задачей.

В работе рассмотрены задачи поиска оптимального управления в расширении теоретико-игровых моделей «Центр – Агенты» и «Центр – менеджер – Агенты» [2, 4], состоящем во введении зависимости результата действия агентов от его величины и эффективности управления, зависящей в свою

¹ Анна Эдуардовна Лайко, студент бакалавриата (pmib-181_751387@volsu.ru).

очередь от нагрузки на субъект управления. Целью исследования является обоснование необходимости перестроения иерархической структуры управления в условиях роста числа ее работников.

2. МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим следующее расширение двухуровневой модели ОС «Центр – Агенты» [4]. Доход Центра: $H(z) = \lambda z$, где z – продукт ОС, λ – цена единицы продукта. Результат деятельности ОС, состоящей из n агентов, является функцией их действий y :

$z = \sum_{i=1}^n y_i \cdot \beta_i$, где $0 \leq \beta_i \leq 1$ – функциональный параметр, отражающий результативность управления i -м агентом, $\beta_i = \beta_i(w)$. Далее будем считать агентов одинаковыми, тогда $y_i = y_j = y$, $\beta_i = \beta_j = \beta$, $i, j = 1, \dots, n$, $i \neq j$. В результате получим: $z = \sum_{i=1}^n z_i = n\tilde{z}$,

$$\tilde{z} = \beta \cdot y.$$

Пусть w – действие Центра по управлению каждым из агентов, a – коэффициент, характеризующий технологию управления. С учетом содержательного смысла функции $\beta(w, a)$ формулируем ее свойства: $\beta(w, a)$ – монотонно возрастающая функция; $\beta(0, a) = 0$, $\lim_{w \rightarrow \infty} \beta(w, a) = 1$. Далее будем считать, что

$$\beta(w, a) = \frac{aw}{1+aw}.$$

Будем предполагать, что функция затрат Центра на управление имеет вид: $s(w) = \phi(w) = W^\alpha$, $W = wn$, α – показатель неустойчивости внешней среды ($0 \leq \alpha \leq 1$ – среда стабильна, $\alpha > 0$ – неустойчива). Далее везде в расчетах считаем, что $a = 1$ и $\alpha = 1$. Исследование зависимости оптимальной иерархии управления от этих параметров проведено в работе [2].

Будем считать, что в ОС существует нормативное значение $\beta_{\text{норм}} \in [0, 1]$ (например, $\beta_{\text{норм}} = 0,8$). В силу свойств $\beta(w, a)$ существует обратная функция $w_{\text{норм}}(a, \beta_{\text{норм}})$. Тогда $W_{\text{норм}} = n w_{\text{норм}}$ –

совокупные нормативные затраты на управление агентами. При

$$\beta_{\text{норм}} = 0,8 \text{ получим } w_{\text{норм}} = \frac{\beta_{\text{норм}}}{1 - \beta_{\text{норм}}} = 4.$$

Будем предполагать, что существуют предельные затраты Центра на управление $S_{\text{пред}} = W_{\text{пред}}^\alpha$, $W_{\text{пред}} = w\tilde{n}$ (\tilde{n} – предельное число подчиненных). До достижения этой величины качество управления не падает.

Тогда падение эффективности управления после превышения предельной нагрузки описывается формулой

$$\beta(W_{\text{пред}}, n) = \frac{aW_{\text{пред}}/n}{1 + aW_{\text{пред}}/n}, \quad n \geq \tilde{n}.$$

Исследуем зависимость целевой функции Центра от количества агентов при компенсаторной функции стимулирования [4]. Задача (1.1) имеет следующий вид:

$$(1) \quad F(\sigma, z) = H(z) - \sum_{i=1}^n \sigma_i(z) - C(n) =$$

$$= \begin{cases} \lambda n y \frac{w_{\text{норм}}}{1 + w_{\text{норм}}} - n \frac{y^2}{2r_A} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max_y, & n \leq \tilde{n}, \\ \lambda n y \frac{W_{\text{пред}}/n}{1 + W_{\text{пред}}/n} - n \frac{y^2}{2r_A} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max_y, & n \geq \tilde{n}. \end{cases}$$

Ее решение имеет следующий вид:

$$(2) \quad y^* = \begin{cases} \frac{\lambda w_{\text{норм}} r_A}{1 + w_{\text{норм}}}, & n \leq \tilde{n}, \\ \frac{\lambda W_{\text{пред}} r_A}{W_{\text{пред}} + n}, & n \geq \tilde{n}. \end{cases}$$

$$(3) \quad F^* = \begin{cases} n \left(\frac{\lambda^2 W_{\text{норм}}^2 r_a}{2(1 + W_{\text{норм}})^2} - K \right) - C_0, & n \leq \tilde{n}, \\ n \left(\frac{\lambda^2 W_{\text{пред}}^2 r_a}{2(n + W_{\text{пред}})^2} - K \right) - C_0, & n \geq \tilde{n}. \end{cases}$$

Теперь найдем оптимальное число агентов, решив следующую задачу (4).

$$(4) \quad \begin{cases} \lambda n y^* \frac{W_{\text{норм}}}{1 + W_{\text{норм}}} - n \frac{y^{*2}}{2r_a} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max_n, & n \leq \tilde{n}, \\ \lambda n y^* \frac{W_{\text{пред}}/n}{1 + W_{\text{пред}}/n} - n \frac{y^{*2}}{2r_a} - (C_0 + Kn) \rightarrow \max_n, & n \geq \tilde{n}. \end{cases}$$

При докритическом количестве сотрудников функция $F^*(n)$ линейна, поэтому исследуем случай превышения нормативной нагрузки Центра:

$$(5) \quad F_2^* = n \left(\frac{\lambda^2 W_{\text{пред}}^2 r_a}{2(n + W_{\text{пред}})^2} - K \right) - C_0 \rightarrow \max_n, n \geq \tilde{n}.$$

Эта задача приводит к кубическому уравнению, решая которое получим:

$$n_1^* = \tilde{n}, n_2^* = W_{\text{пред}} \left(\lambda \sqrt{\frac{r_a}{2K}} - 1 \right),$$

$$(6) \quad F^* = \begin{cases} \max(F_1^*, F_2^*), & n_1 < n_2, \\ F_1^*, & n_1 \geq n_2. \end{cases}$$

Таким образом, оптимальна двухуровневая структура ОС «Центр – Агенты» в рамках нашей модели имеет предельный размер.

Исследуем возможность наращивания прибыли ОС за счет перехода к трехуровневой структуре «Центр – Менеджер – Агенты». В этом случае Центр берет на себя часть работы

по управлению ОС, не связанную непосредственно с агентами [2, 3], что потенциально увеличивает предельные затраты менеджера по непосредственному управлению агентами и, соответственно, увеличивает их оптимальное число.

Пусть Центр может определить квалификации менеджера и агентов, контролировать действие менеджера, а менеджер – контролировать действия агентов. Тогда в ОС может использоваться компенсаторная система стимулирования [4]. Для определения оптимального числа сотрудников получаем следующую задачу (7) оптимизации с векторным управлением (y, w)

$$(7) \quad F = \lambda n y \frac{aw}{1+aw} - n \frac{y^2}{2r_a} - \frac{w^2}{2r_m} - C(N) \rightarrow \max_{y,w}, \quad n \leq \tilde{n}_m.$$

Решение задачи (7) имеет вид:

$$w^* = \sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n} - 1; \quad y^* = \lambda r_a \frac{\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n} - 1}{\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n}},$$

$$(8) \quad F^* = \left(\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n} - 1 \right)^2 \left(\frac{\lambda^2 n r_a}{2(\sqrt[3]{r_a \lambda^2 r_m n})^2} - \frac{1}{2r_m} \right) - K(n+1).$$

Некоторые численные решения задачи (7) приведены в таблице 1.

Таблица 1. Зависимость прибыли от управления агентами и менеджером.

№	λ	K	r_a	r_m	n	y^*	w^*	F^*
1	10	10	1	1	25	9,26	12,57	733,56
2	10	20	1	1	15	9,13	10,45	250,12
3	10	20	2	1	25	18,83	16,10	1566,55
4	10	20	2	2	25	19,07	20,54	1647,79
5	20	50	2	2	22	38,78	31,78	7443,78

3. Заключение

Введение в данную модель информационной неопределенности, на организационное перестроение,

снижение информационной неопределенности, модели изменяющейся внешней среды, а также использование результатов оптимизации более сложных моделей стимулирования и организационных иерархий [2,4] позволит построить оптимальные траектории развития ОС, а также построить математические модели описанных в [1] кризисов их развития.

Литература

1. АДIZES И. *Управление жизненным циклом корпорации*. – М.: Питер 2007.
2. ВОРОНИН А.А., ГУБКО М.В., МИШИН С.П., НОВИКОВ Д.А. *Математические модели организации: Учебное пособие*. –М.: Наука, 1976.
3. МИНЦБЕРГ Г. *Структура в кулаке: создание эффективной организации* / Пер. с англ под ред. Ю.Н. КАПУТУРЕВ-СКОГО. –СПБ.:Питер,2004.
4. НОВИКОВ Д.А. *Теория управления организационными системами*. –М.: МПСИ, 2005

MODEL OF STRUCTURE OPTIMIZATION DEVELOPING ORGANIZATIONAL SYSTEM

Anna Layko, Volgograd State University, bachelor student
(pmib-181_751387@volsu.ru).

The paper investigates the problems of finding optimal control in the extension of the game-theoretic models "Center-Agents" and "Center-Manager-Agents", which consists in introducing the dependence of the result of the action of agents on its value and control efficiency, which in turn depends on the load on the subject of control . The dependences of the optimal control parameters on the number of employees of the organization are found.

Keywords: organizational system, management, structure optimization.

УДК 519
ББК 22.18