МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОДВИЖЕНИЯ ТОВАРОВ И УСЛУГ В УСЛОВИЯХ КОНКУРЕНЦИИ

Баркалов С. А.[1], Аверина Т. А.[2], Моисеев С. И.[3]
(*Воронежский государственный технический университет, Воронеж*)

Приведена математическая модель, которая в динамике позволяет оценивать долю потребителей между некоторой организацией и конкурентом, под которым подразумевается совокупность конкурирующих компаний. Модель основана на теории марковских случайных процессов с дискретным состоянием и непрерывным временем. Рассмотрены три стадии формирования спроса на благо. Первый этап предполагает предварительное распределение потребителей между сторонами, которое осуществляется путем проведения рекламных компаний. Этот этап проводится до выпуска товара или услуги на рынок. На втором этапе после вывода блага на рынок происходит перераспределение потребителей между поставщиками блага. Успех данного этапа зависит от упреждения проведения маркетинговых мероприятий и их качества. На третьем этапе происходит окончательное формирование контингента потребителей, который предполагается стабильным в дальнейшем. Возможно многократное проведение второго этапа до окончательного формирования спроса. Описанный подход позволяет прогнозировать количество потребителей на каждом этапе продвижения блага. Динамическая модель позволит прогнозировать количество потребителей в любой момент времени. При длительном времени функционирования случайного процесса возможно получить окончательное распределение потребителей блага.

Ключевые слова: марковские случайные процессы, математическое моделирование, товары и услуги, спрос, потребители, конкуренция.

1. Введение

В настоящее время проблема продвижения товаров и услуг является одной из наиболее актуальных в товарном менеджменте. Конкуренция на рынке, особенно для популярных благ, очень высокая, количество поставщиков товаров и услуг огромная, покупательские способности потребителей падают. Все это

[1] *Сергей Алексеевич Баркалов, д.т.н., профессор* (*barkalov@vgasu.vrn.ru*).
[2] *Татьяна Александровна Аверина, к.т.н., доцент* (*ta_averina@mail.ru*).
[3] *Сергей Игоревич Моисеев, к.ф.-м.н., доцент* (*mail@moiseevs.ru*).

приводит к сложности прогнозирования возможного спроса на благо, что, в свою очередь, приводит к нарушению равновесия в категории «производство – потребление» на рынке.

В данной работе производится попытка предложить математическую модель, которая позволит провести оценку объема контингента возможных потребителей на некоторый товар или услугу. Ввиду большой динамичности состояния потребительского рынка, для этих целей будут использована теория марковских случайных процессов [4–6]. Кроме этого, необходимо учитывать то, что на систему продвижения товаров и услуг оказывает влияние большое количество случайных воздействий, поэтому процессы, функционирующие в такой системы, будут близкими к марковским, а именно, к случайным процессам с дискретным состоянием и непрерывным временем [5, 7].

2. Математическая модель задачи

Перейдем к математической модели задачи продвижения блага в условиях конкуренции. Рассмотрим организацию A, которая предлагает потребителям некоторое благо. Это благо предлагают и другие организации, которые в совокупности обозначим как некоторый обобщенный конкурент B.

Когда обе стороны A и B планируют продвижение блага, они еще до предоставления блага потребителям проводят маркетинговые компании, предполагающие захватить максимальную долю потребителей. На начальной стадии происходит некоторое первоначальное перераспределение потребителей между сторонами A и B. В частности, будем предполагать, что уже после предоставления блага потребителям организации A целесообразно проводить маркетинговые мероприятия, которые позволят оттянуть потребителей от конкурента B.

В результате случайный процесс продвижения блага с течением времени приходит к двум параллельным состояниям, когда какая-то часть контингента будет у компании A, а другая – у конкурента B.

Таким образом, марковский случайный процесс будет иметь следующие состояния:

S_0 – начало процесса продвижения блага, первоначальное распределение контингента потребителей между сторонами;

S_1 – конкурент B предоставил благо на рынок, сформировался первоначальный контингент потребителей;

S_2 – организация A предоставило благо для потребителей, планирует в дальнейшем продвигать его, разрабатываются маркетинговые действия по увеличению контингента;

S_3 – конкурент B окончательно сформировал свой контингент потребителей;

S_4 – организация A окончательно сформировала свой контингент потребителей.

Перейдем к временным характеристикам случайного процесса, введем следующие параметры:

T_1 – среднее время от начала проведения маркетинговой компании до предоставления блага потребителю любой из сторон;

T_2 – среднее время для организации A на проведение маркетинговых мероприятий с целью окончательно сформировать контингент потребителей;

T_3 – среднее время для конкурента B на проведение маркетинговых мероприятий с целью окончательно сформировать контингент потребителей.

Также приведем вероятностные показатели

p_1 – вероятность того, что организация A предоставит потребителям благо быстрее, чем B;

p_2 – вероятность перехода случайного потребителя к организации A, если до этого он пользовался услугами B.

В указанных параметрах граф состояний случайного процесса, который распределяет потребителей между организацией и конкурентом, изображен на рис. 1.

Для нахождения зависимостей вероятностей указанных состояний $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$, $P_3(t)$, $P_4(t)$ от времени необходимо решать систему дифференциальных уравнений Колмогорова [4] вида

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\dfrac{P_0(t)}{T_1}; \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \dfrac{(1-p_1)\cdot P_0(t)}{T_1} - \dfrac{P_1(t)}{T_3}; \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \dfrac{(1-p_2)\cdot P_1(t)}{T_3} + \dfrac{p_1\cdot P_0(t)}{T_1} - \dfrac{P_2(t)}{T_2}; \\ \dfrac{dP_3(t)}{dt} = -\dfrac{p_2\cdot P_1(t)}{T_3}; \\ \dfrac{dP_4(t)}{dt} = -\dfrac{P_2(t)}{T_2}. \end{cases}$$

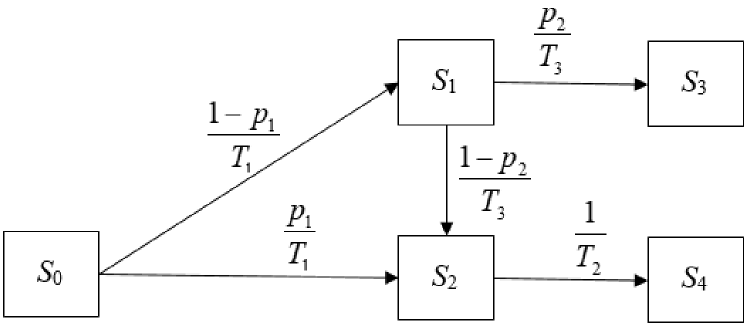

Рис. 1. Граф состояний случайного процесса распределения потребителей

Система уравнений (1) имеет множество решений и является вырожденной. Для получения единственного решения нужно любое уравнение системы заменить на условие нормировки

(2) $P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) = 1$.

Заменяя третье уравнение, получим систему дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\dfrac{P_0(t)}{T_1}; \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \dfrac{(1-p_1)\cdot P_0(t)}{T_1} - \dfrac{P_1(t)}{T_3}; \\ \dfrac{dP_3(t)}{dt} = -\dfrac{p_2 \cdot P_1(t)}{T_3}; \\ \dfrac{dP_4(t)}{dt} = -\dfrac{P_2(t)}{T_2}; \\ P_0(t)+P_1(t)+P_2(t)+P_3(t)+P_4(t)=1. \end{cases} \tag{3}$$

Начальные условия будут следующими:

$$P_0(0)=1;\ P_1(0)=0;\ P_2(0)=0;\ P_3(0)=0;\ P_4(0)=0, \tag{4}$$

Исключив $P_2(t)$ из системы, получим

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -\dfrac{P_0(t)}{T_1}; \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \dfrac{(1-p_1)\cdot P_0(t)}{T_1} - \dfrac{P_1(t)}{T_3}; \\ \dfrac{dP_3(t)}{dt} = -\dfrac{p_2 \cdot P_1(t)}{T_3}; \\ \dfrac{dP_4(t)}{dt} = \dfrac{-1+P_0(t)+P_1(t)+P_3(t)+P_4(t)}{T_2}. \end{cases} \tag{5}$$

Выражение (5) – это система линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [1, 3], которую удобно решать методом собственных значений и собственных векторов [2].

3. Анализ решения

Было проведено решение задачи (4)–(5) численными методами. На рис. 2 приведены качественные графики зависимостей вероятность состояний. Видно, что с течением времени они приближаются с постоянным, не зависимым от времени величинам.

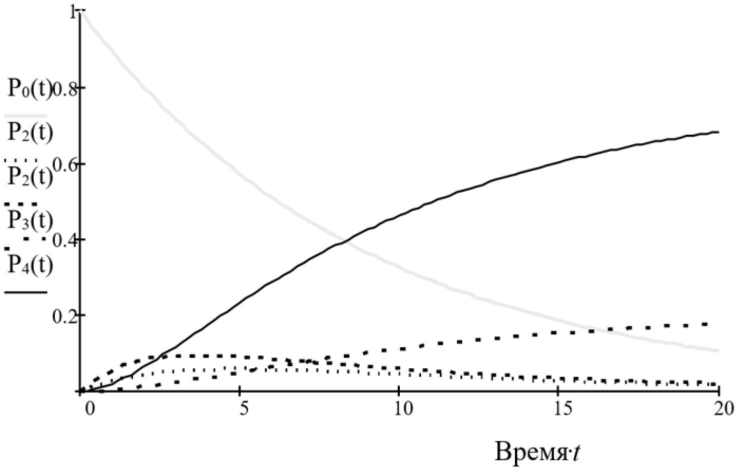

Рис. 2. Вероятности состояний случайного процесса

Из рис. 2 видно, что вероятности состояний $P_3(t)$ и $P_4(t)$ со временем выходят на некоторые ненулевые значения, причем $\lim\limits_{t\to\infty}\left(P_3(t)+P_4(t)\right)=1$, а вероятности $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$ имеют максимум и в пределе по времени стремятся к нулю. Это соответствует ситуации, когда процесс перераспределения потребителей с течением времени приводит к формированию стабильного контингента потребителей для каждой из сторон.

4. Заключение

Описанная в работе модель также может оценить степень упреждения каждой стороны на стадии подготовки блага к выпуску его на рынок. Это связано с тем, что состояния S_1 и S_2 характеризуют то, какая из конкурирующих сторон первой выпустит благо на рынок. Введем некоторый показатель эффективности продвижения товара или услуги $E_p(t)$, равный отношению вероятностей второго состояния к первому: $E_p(t)=P_1(t)/P_2(t)$.

Он характеризует степень упреждения конкурента при продвижении блага.

Таким образом, представленная модель позволяет оценивать вероятности выполнения как всего цикла формирования контингента потребителей, так и отдельных ее этапов для разных временных интервалов, что позволит планировать проведение маркетинговых исследований. Путем планирования маркетинговых мероприятий можно изменять среднюю продолжительность этапов формирования контингента потребителей и добиваться более высокого качества при продвижении товаров и услуг.

Литература

1. АГАФОНОВ С.А. *Дифференциальные уравнения.* Вып. VIII. – М.: МГТУ , 2011. – 347 с.
2. АМЕЛЬКИН В.В. *Автономные и линейные многомерные дифференциальные уравнения*. – М.: УРСС, 2010. – 144 с.
3. АРНОЛЬД В.И. *Обыкновенные дифференциальные уравнения*. – М.: МЦНМО, 2012. – 344 с.
4. ВЕНТЦЕЛЬ Е.С., ОВЧАРОВ Л.А. *Теория случайных процессов и ее инженерные приложения*. – М.: Высш. шк., 1998. – 354 с.
5. ВОЛКОВ И.К., ЗУЕВ С.М., ЦВЕТКОВА Г.М. *Случайные процессы: учеб. для вузов* / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XVIII).
6. МАТАЛЫЦКИЙ М.А. *Элементы теории случайных процессов: учеб. пособие*. – Гродно: ГрГУ, 2004. – 326 с.
7. МИЛЛЕР Б.М., ПАНКОВ А.Р. *Теория случайных процессов в примерах и задачах*. – М.: Физматлит, 2002. – 320 с.

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF PROMOTING GOODS AND SERVICES IN A COMPETITIVE ENVIRONMENT

Sergey Moiseev, Voronezh State Technical University, Voronezh, Cand Eng. Sc., associate professor (mail@moiseevs.ru).
Sergey Barkalov, Voronezh State Technical University, Voronezh, Doctor Eng. Sc, professor (barkalov@vgasu.vrn.ru).
Tatiana Averina, Voronezh State Technical University, Voronezh, Cand Eng. Sc., associate professor (ta_averina@mail.ru).

Abstract: In this paper, a mathematical model is presented that, in dynamics, allows us to estimate the share of consumers between a certain organization and a competitor, which means a set of competing companies. The model is based on the theory of Markov stochastic processes. Three stages of the formation of demand for the good are considered. The first stage involves the preliminary distribution of consumers between the parties, which is carried out through advertising campaigns. This stage takes place before the product or service is released to the market. At the second stage, after bringing the good to the market, there is a redistribution of consumers between the suppliers of the good. The success of this stage depends on the anticipation of marketing activities and their quality. At the third stage, the final formation of the consumer contingent takes place, which is assumed to be stable over time. It is possible to carry out the second stage several times before the final formation of demand. The described approach makes it possible to predict the number of consumers at each stage of promoting the good. The dynamic model will make it possible to predict the number of consumers at any given time. With a long time of functioning of a random process, it is possible to obtain the final distribution of consumers of the good.

Keywords: Markov stochastic processes, mathematical modeling, goods and services, demand, consumers, competition.

УДК 339.3,
ББК 20